Работа 3. Вычисление определенных интегралов с заданной точностью

Формула трапеции

**Формулировка задачи:** на заданном отрезке для данной функции вычислить определенный интеграл методом трапеций с заданной точностью по правилу Рунге.

**Метод трапеций**

Геометрический смысл формулы трапеций (6.13) зак­лючается в том, что кривая у = у(х) заменяется отрезком прямой, проходящей через точки (х0, у0) и (х1, у1), или, в других обозначениях, (а, у(а)) и (b, у(b)) (рис. 6.3).

Если отрезок {\displaystyle \left[a,b\right]} является элементарным и не подвергается дальнейшему разбиению, значение интеграла можно найти по формуле

**Правило Рунге для метода трапеций**

**Алгоритм метода и условия его применимости**

* Выбираем функцию и промежуток для исследования
* Задаем начальное количество разбиений отрезка n = 1
* Считаем значение интеграла по составной формуле трапеций для n и 2n разбиений
* Повторяем операцию, пока |I\_h-I\_2h|>eps, то есть пока не будет достигнута заданная точность

Для наглядной демонстрации работы метода отрезок выбирается без особенных точек, а функция и промежуток – такие, чтобы можно было вручную посчитать точное значение.*упомянуть Рунге*

**Предварительный анализ решения задачи**

Анализируем функцию которую взяли, чтобы подходила, тот интеграл, который рассмотрели,

**Тестовый пример**

**Перечень контрольных тестов**

какие взяли точности с каким шагом, какое точное значение было…

**Модульная структура программы**

**Численный анализ решения задачи –** таблицы или графики (лучше второе наверное?)

**Вывод**

Опытным путем удалось выяснить, что метод трапеций является одним из простейших методов интегрирования - запрограммировать его не составляет особого труда.

Метод имеет второй порядок точности (это следует из формулы остаточного члена). Оценка погрешности по правилу Рунге рациональнее использует ресурсы компьютера, нежели оценка, основанная на формуле остаточного члена основной формулы, поскольку во второй требуется вычислять вторую производную, что более времязатратно, чем вычисление интеграла с разбиением h/2 (поскольку половина значений уже посчитана для h).

С возрастанием числа разбиений точность, даваемая формулой трапеций, возрастает, причем происходит это практически линейно. Также линейна зависимость объема вычислений от заданной точности. С увеличением заданной точности фактическая начинает медленно уменьшаться, то есть прямая зависимости заданной точности от фактической при больших значениях eps лежит чуть ниже биссектрисы графика.

Стоит отметить, что метод трапеций отлично подходит для случая, когда интегрируемые функции задаются не аналитически, а в виде множества значений в узлах. Также нетрудно догадаться, что интеграл вычислится абсолютно точно только при f(x), заданной линейно или кусочно-линейно.